

Devoir Maison - SUITES et LIMITES

Application d'une méthode pour déterminer la valeur de \sqrt{a}



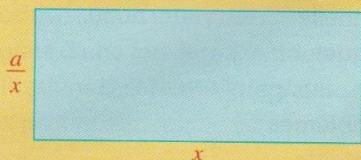
Héron d'Alexandrie

Héron d'Alexandrie est un ingénieur et un mathématicien grec du 1^{er} siècle après J.-C.

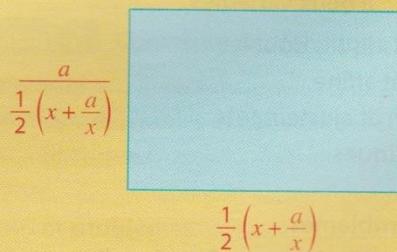
Il a travaillé sur la vapeur d'eau et l'air comprimé pour fabriquer, notamment, des automates.

Héron a mis au point une méthode qui permet de calculer \sqrt{a} .

On part d'un rectangle de longueur arbitraire x et de largeur telle que l'aire du rectangle soit égale à a .



On construit un nouveau rectangle d'aire a dont la longueur est la moyenne arithmétique des longueurs des côtés du précédent : $\frac{1}{2}\left(x + \frac{a}{x}\right)$.



$$\frac{1}{2}\left(x + \frac{a}{x}\right)$$

On réitère le processus indéfiniment.

On obtiendra « à la fin » un carré dont le côté est \sqrt{a} .

On pose $u_0 = x$ et $u_1 = \frac{1}{2}\left(x + \frac{a}{x}\right)$. Que vaudra u_2 en fonction de u_1 ? Que vaudra u_3 en fonction de u_2 ? Avec un tableur et une valeur de a et de x à choisir, vérifier l'affirmation de Héron.